# O GRANDE ENCONTRO

## DA MATEMÁTICA

COLÉGIO CPI | UNINOVAFAPI CENTRO UNIVERSITÁRIO | Afya

## Logaritmo

$$\log_b a = c \iff b^c = a$$

## Logaritmo Natural (base $e$)

$$\ln a = \log_e a$$

$$e \cong 2{,}718$$

## Propriedades importantes de Logaritmo

$$\log_b a^k = k \cdot \log_b a$$

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$$

1. (FGV) Quando Sílvia completou 8 anos, seu pai aplicou R$ 50.000,00 em um fundo de investimento que rende juros compostos a uma determinada taxa fixa.
No aniversário de 18 anos, o pai de Sílvia constatou que o montante da aplicação era 50% superior ao capital aplicado.
Decorridos x anos do aniversário de 18 anos de Sílvia, seu pai notou que o montante era o triplo do capital inicialmente aplicado quando ela completou 8 anos. O valor inteiro mais próximo de x é:

Para resolver, utilize a tabela abaixo, em que $\ln(x)$ é o logaritmo natural de x.

| x | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\ln(x)$ | 0,405 | 0,470 | 0,531 | 0,588 | 0,642 | 0,693 |

a) 18
b) 15
c) 17
d) 19
e) 16

$$M = C(1+i)^t$$
$$75000 = 50000(1+i)^{10}$$
$$1{,}5 = (1+i)^{10}$$
$$\ln 1{,}5 = ln(1+i)^{10}$$
$$0{,}405 = ln(1+i)^{10}$$
$$0{,}405 = 10.\,ln(1+i)$$
$$0{,}0405 = ln(1+i)$$

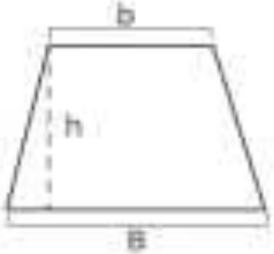
$$150000 = 50000(1+i)^{10+x}$$
$$3 = (1+i)^{10+x}$$
$$ln\,3 = ln(1+i)^{10+x}$$
$$ln(2.1{,}5) = (10+x).\,ln(1+i)$$
$$ln\,2 + ln1{,}5 = (10+x).\,0{,}0405$$

$$0{,}693 + 0{,}405 = (10+x).\,0{,}0405$$
$$1{,}098 = (10+x).\,0{,}0405 \qquad \text{x10000}$$
$$10980 = (10+x).\,405$$
$$\frac{10980}{405} = (10+x)$$
$$27{,}1 = (10+x) \quad \therefore \quad x = 17{,}1\ anos$$

## Quadrado

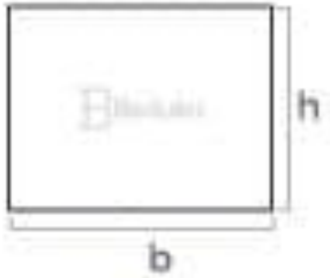

$$A = l^2$$

## Trapézio




$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$

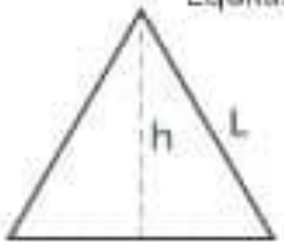
## Retângulo




$$A = b.h$$

## Triângulo

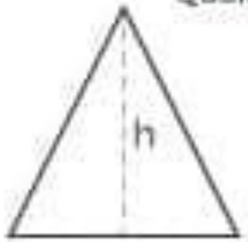
Equilátero




$$A = \frac{L^2.\sqrt{3}}{4}$$

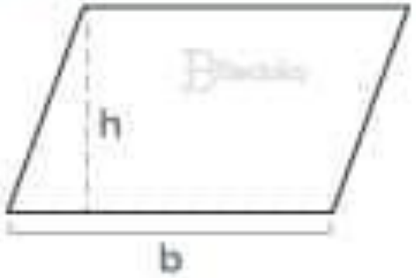
## Triângulo

Qualquer



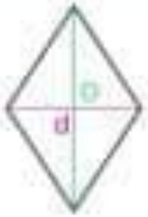

$$A = \frac{b.h}{2}$$

## Paralelogramo




$$A = b.h$$

## Losângulo




$$A = \frac{D.d}{2}$$

## Círculo


$$A = \pi.r^2$$

2. O dono de uma loja pretende usar cartões imantados para a divulgação de sua loja. A empresa que fornecerá o serviço lhe informa que o custo de fabricação do cartão é de R$ 0,01 por centímetro quadrado e que disponibiliza modelos tendo como faces úteis para impressão:

- um triângulo equilátero de lado 12 cm;
- um quadrado de lado 8 cm;
- um retângulo de lados 11 cm e 8 cm;
- um hexágono regular de lado 6 cm;
- um círculo de diâmetro 10 cm.

O dono da loja está disposto a pagar, no máximo, R$ 0,80 por cartão. Ele escolherá, dentro desse limite de preço, o modelo que tiver maior área de impressão.

Use 3 como aproximação para π e use 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$

Nessas condições, o modelo que deverá ser escolhido tem como face útil para impressão um:

***a) triângulo.***

***b) quadrado.***

***c) retângulo***

***d) hexágono***

***e) círculo***

- A área do triângulo equilátero é $\frac{12\sqrt[2]{3}}{4} = 61{,}2\ \text{cm}^2$( Preço : R$0,61 )
- A área do quadrado é $8^2 = 64\ \text{cm}^2$ ( Preço : R$ 0,64)
- A área do retângulo é 11 x 8= 88 cm$^2$; ( Preço : R$ 0,88)
- A área do hexágono regular é $6.\frac{6\sqrt[2]{3}}{4} = 91{,}8\ cm^2$ ( Preço : R$ 0,918)
- A área do círculo é $\pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 75\ cm^2$ ( Preço : R$ 0,75)

A maior área é a do círculo.

Letra E

3. (FCMSCSP) A figura indica as medidas internas do diâmetro da base e da altura de um pote, de forma aproximadamente cilíndrica, que está cheio de arroz.


$$V_{POTE} = \pi R^2 H$$

$$V_{POTE} = \pi . 6^2 . 24$$

$$V_{POTE} = 864\pi \ cm^3$$

$$1{,}2 \ g \quad \longleftrightarrow \quad 1 \ cm^3$$

$$x \ g \quad \longleftrightarrow \quad 864\pi \ cm^3$$

$$x = 1036{,}8\pi \ g$$

$$n = \frac{1036{,}8 . \pi}{0{,}04} \qquad n = \frac{1036{,}8 \ . \ 3{,}14}{0{,}04} \qquad n = \frac{10368 \ . \ 314}{40}$$

$$n = 81.388{,}8 \ grãos$$

Admitindo-se que a densidade do arroz seja de 1,2 $g/cm^3$ e que a massa de um grão de arroz seja de 0,04 g, o número aproximado de grãos de arroz contidos nesse pode está entre

a) 60 e 90 mil.
b) 200 e 300 mil.
c) 20 e 50 mil.
d) 120 e 170 mil.
e) 5 e 10 mil.

4. O sistema de numeração romano ainda é utilizado na indicação de capítulos e volumes de livros, na designação de séculos e, em ordem cronológica, de papas e reis de mesmo nome. São utilizadas sete letras do alfabeto:

Quatro fundamentais: I (vale 1); X (vale 10); C (vale 100) e M (vale 1 000).

Três secundárias: V (vale 5); L (vale 50) e D (vale 500).

As regras para escrever números romanos são:

1. Não existe símbolo correspondente ao zero;
2. Os símbolos fundamentais podem ser repetidos até três vezes e seus valores são adicionados. Exemplo: XXX = 30;
3. Uma letra posta à esquerda de outra de maior valor indica subtração dos respectivos valores. Exemplo: IX = 10 – 1 = 9;
4. Uma letra posta à direita de outra de maior valor indica adição dos respectivos valores. Exemplo: XI = 10 + 1 = 11.

Em uma cidade europeia há uma placa indicando o ano de sua fundação: MCDLXIX.
Quantos anos de fundação essa cidade comemorará em 2050?

**a) 379**

**b) 381**

**c) 579**

**d) 581**

**d) 601**

$$MCDLXIX$$

$$M = 1000$$

$$CD = 500 - 100 = 400$$

$$LX = 50 + 10 = 60$$

$$IX = 10 - 1 = 9$$

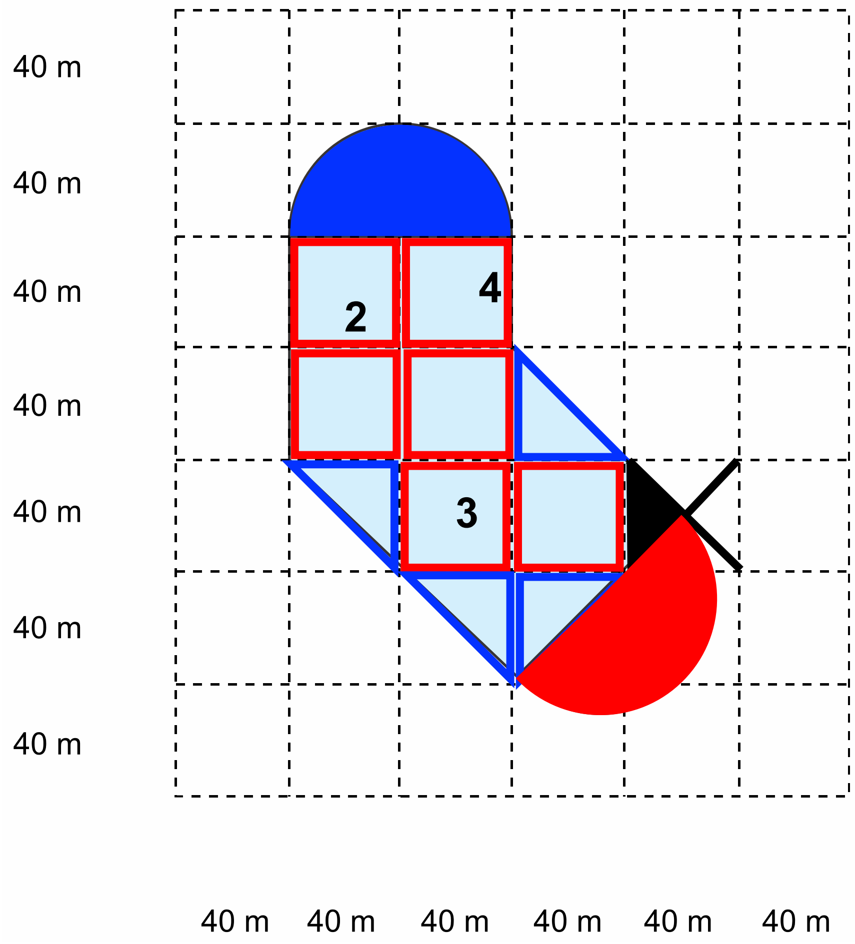
Temos :

$$MCDLXIX = 1000 + 400 + 60 + 9 = 1469$$

A resposta é $2050 - 1469 = 581$

**Letra D**

5. (FCMSCSP) O projeto de um lago prevê uma forma composta por cinco figuras planas: dois semicírculos, dois triângulos retângulos isósceles e um retângulo. As medidas envolvidas no projeto estão descritas na figura a seguir.




A área total ocupada pelo lago, em $m^2$, é igual a

a) $9300\sqrt{2} + 1600\pi$

b) $13200 + 1600\pi$

c) $9300\sqrt{2} + 1700\pi$

d) $13200 + 2200\pi$

e) $\boxed{13200 + 1700\pi}$

$$A_1 = 8{,}25\ quadrados$$

$$A_1 = 8{,}25 \,.\, 40^2$$

$$A_1 = 8{,}25 \,.\, 1600$$

$$A_1 = 13200\ m^2$$

$$A_2 = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{1600\pi}{2}$$

$$A_2 = 800\pi\ m^2$$

$$A_3 = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$d = 40\sqrt{2}\ m$$

$$R = \frac{60\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2}\ m$$

$$A_3 = \frac{\pi\left(30\sqrt{2}\right)^2}{2}$$

$$A_3 = 900\pi\ m^2$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = (13200 + 1700\pi)\ m^2$$

6. Ana possui uma pequena lanchonete onde vende coxinha. No dia 3 de outubro, ela aumentou o preço da coxinha em 30%; no dia 20 de outubro, ela aumentou o preço da coxinha em 10%. Se P era o preço da coxinha no dia primeiro de outubro, qual será o preço da coxinha após os dois aumentos?

a) 1,43P

b) 1,4P

c) 0,43P

d) 0,4P

e) P+4

Método do dízimo:

20 % de 240 = 10% + 10% = 24 +24 = 48

15 % de 300 = 10% +5% = 30 + 15 = 45

16 % de 440 = 10% + 5% +1% = 44 + 22 + 4,4 = 70,4

21,5% de 260 = 10% + 10 % +1% +0,5% = 26 +26 +2,6+ 1,3 = 55,9

Fator de porcentagem!!

Aumentar 20% de R$ 40,00 → $( 100\% + 20\% = 120\% = \frac{120}{100} = 1,2 )$

Ou seja: 1,2 x 40 = R$ 48,00

Questão : Coxinha de preço = P

Aumento de 30 %= 1,3 .P

Aumento de 10% = 1,1 . 1,3.P= 1,43 P ( Letra A)

7. (FMJ) A matriz $Z_{6x6}$ apresenta um comparativo do número de casos confirmados de zika no estado de São Paulo entre o 1º semestre de 2019 e o 1º semestre de 2018.

$$Z = \begin{bmatrix} -14 & -13 & -12 & -14 & -9 & -18 \\ -16 & -15 & -14 & -16 & -11 & -20 \\ -9 & -8 & -7 & -9 & -4 & -13 \\ -8 & -7 & -6 & -8 & -3 & -12 \\ -4 & -3 & -2 & -4 & 1 & -8 \\ -2 & -1 & 0 & -2 & 3 & -6 \end{bmatrix}$$

$$z_{11} = -14 \qquad jan_{19} - jan_{18} = -14$$

$$z_{22} = -15 \qquad fev_{19} - fev_{18} = -15$$

$$z_{33} = -7 \qquad mar_{19} - mar_{18} = -7$$

$$z_{44} = -8 \qquad abr_{19} - abr_{18} = -8$$

Nessa matriz, cada elemento $z_{ij}$ indica a diferença entre o número de casos registrados no mês i de 2019 e o número de casos registrados no mês j de 2018, sendo que tanto para i como para j tem-se: 1 para janeiro, 2 para fevereiro e assim, sucessivamente, até 6 para junho.
Segundo essa matriz, o número total de casos confirmados de zika no estado de São Paulo no 1º semestre de 2019, comparado ao 1º semestre de 2018, apresentou uma redução de

a) 49 casos.
b) 80 casos.
c) 294 casos.
d) 51 casos.
e) 8 casos.

$$z_{55} = 1 \qquad mai_{19} - mai_{18} = 1$$

$$z_{66} = -6 \qquad jun_{19} - jun_{18} = -6$$

8. O Conselho Monetário Nacional (CMN) determinou novas regras sobre o pagamento mínimo da fatura do cartão de crédito, a partir do mês de agosto de 2011. A partir de então, o pagamento mensal não poderá ser inferior a 15% do valor total da fatura. Em dezembro daquele ano, outra alteração foi efetuada: daí em diante, o valor mínimo a ser pago seria de 20% da fatura.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 29 fev. 2012.

Um determinado consumidor possuía no dia do vencimento, 01/03/2012, uma dívida de R$1.000,00 na fatura de seu cartão de crédito. Se não houver pagamento do valor total da fatura, são cobrados juros de 10% sobre o saldo devedor para a próxima fatura. Para quitar sua dívida, optou por pagar sempre o mínimo da fatura a cada mês e não efetuar mais nenhuma compra. A dívida desse consumidor em 01/05/2012 será de:

a) R$ 600,00.

b) R$ 640,00.

c) R$ 722,50.

d) R$ 774,40.

e) R$ 874,22.

Valor mínimo: 20 % da fatura

- 01/03/2012

R$ 1000,00

Pagou 20%: R$ 200,00

Saldo Devedor : R$ 800,00

- 01/04/2012

R$ 800,00 + R$ 80,00 ( Multa) = R$ 880,00

Saldo Devedor : R$ 880,00 – R$ 176,00 = R$ 704,00

- 01/05/2012

Valor da fatura :

R$ 704,00 + 70,4(10%) = R$ 774,40

Letra D

9. (PUC-RS) A papelaria Rei do Caderno decidiu fazer doações de estojos para os alunos da escola municipal do bairro no qual está localizada. Cada estojo deve ter 5 itens distintos, os quais serão selecionados entre 8 tipos de canetas e 6 tipos de lápis. Cada estojo deve conter pelo menos uma caneta e pelo menos um lápis. Quantos estojos diferentes poderão ser montados?

$$\boxed{2002 - 56 - 6 = 1940}$$

a) 2.020
b) 1.990
c) 1.960
d) 1.940
e) 1.980

**TOTAL DE ESTOJOS**

$$C_{14}^{5} = \frac{14!}{5!\,9!} \Longrightarrow C_{14}^{5} = \frac{14.13.12.11.10.9!}{5.4.3.2.9!} \Longrightarrow C_{14}^{5} = 2002$$

**TOTAL DE ESTOJOS APENAS COM CANETAS**

$$C_{8}^{5} = \frac{8!}{5!\,3!} \Longrightarrow C_{8}^{5} = \frac{8.7.6.5!}{5!\,3.2} \Longrightarrow C_{8}^{5} = \frac{8.7.6}{3.2} = 56$$

**TOTAL DE ESTOJOS APENAS COM LÁPIS**

$$C_{6}^{5} = \frac{6!}{5!\,1!} \Longrightarrow C_{6}^{5} = \frac{6.5!}{5!} \Longrightarrow C_{6}^{5} = 6$$

10. O instrumento de percussão conhecido como triângulo é composto por uma barra fina de aço, dobrada em um formato que se assemelha a um triângulo, com uma abertura e uma haste, conforme ilustra a Figura 1.

Uma empresa de brindes promocionais contrata uma fundição para a produção de miniaturas de instrumentos desse tipo. A fundição produz, inicialmente, peças com o formato de um triângulo equilátero de altura h, conforme ilustra a Figura 2. Após esse processo, cada peça é aquecida, deformando os cantos, e cortada em um dos vértices, dando origem à miniatura, Assuma que não ocorram perdas de material no processo de produção, de forma que o comprimento da barra utilizada seja igual ao perímetro do triângulo equilátero representado na Figura 2.

Considere 1,7 como valor aproximado para $\sqrt{3}$

Nessas condições, o valor que mais se aproxima da medida do comprimento da barra, em centímetro, é:

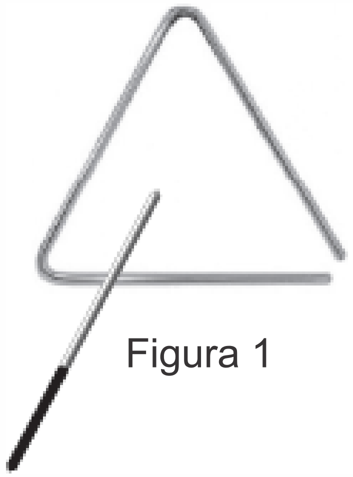


Figura 1

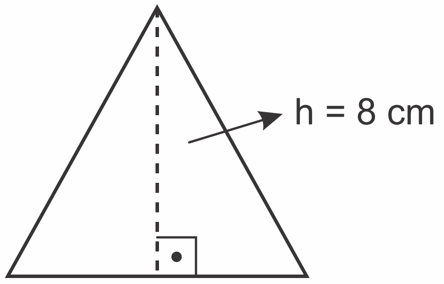



Figura 2

a) 9,07.

b) 13,60.

c) 20,40.

d) 27,18.

e) 36,24.

Fórmula da altura de um Triângulo equilátero:

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Se $l$ é o lado do triângulo equilátero, então

$$8 = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow l\sqrt{3} = 16 \Rightarrow l = \frac{16}{1{,}7} \Rightarrow l = 9{,}42\text{cm}$$

$$l = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

Perímetro : 9,42 x 3 = 28,24

Letra D

11. (ENEM PPL) A massa de um tanque de combustível depende:

I. da quantidade de combustível nesse tanque;
II. do tipo de combustível que se utiliza no momento;
III. da massa do tanque quando está vazio.

Sabe-se que um tanque tem massa igual a 33 kg quando está cheio de gasolina, 37 kg quando está cheio de etanol e que a densidade da gasolina é sete oitavos da densidade do etanol.

Qual é a massa, em quilograma, do tanque vazio?

a) 1,0
b) 3,5
c) 4,0
d) $\boxed{5,0}$
e) 9,0

$$d = \frac{m}{V}$$

$$d_G = \frac{7}{8} d_E$$

$$\frac{m_G}{V} = \frac{7}{8} \cdot \frac{m_E}{V}$$

$$m_G = \frac{7}{8} m_E \quad \Longrightarrow \quad G = \frac{7}{8} E$$

$$T + G = 33\ kg$$

$$T + E = 37\ kg$$

$$T + \frac{7}{8} E = 33 \qquad \text{x8}$$

$$8T + 7E = 264$$

$$\begin{cases} 8T + 7E = 264 \\ T + E = 37 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8T + 7E = 264 \\ -7T - 7E = -259 \end{cases}$$

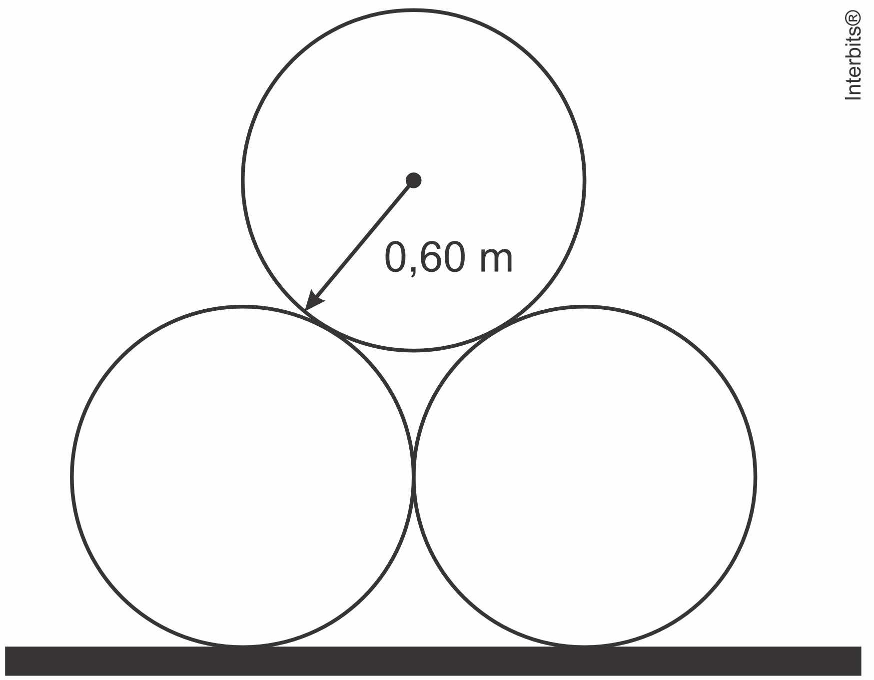
$$T = 5\ kg$$

12. A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

**Caminhão entala em viaduto no Centro**

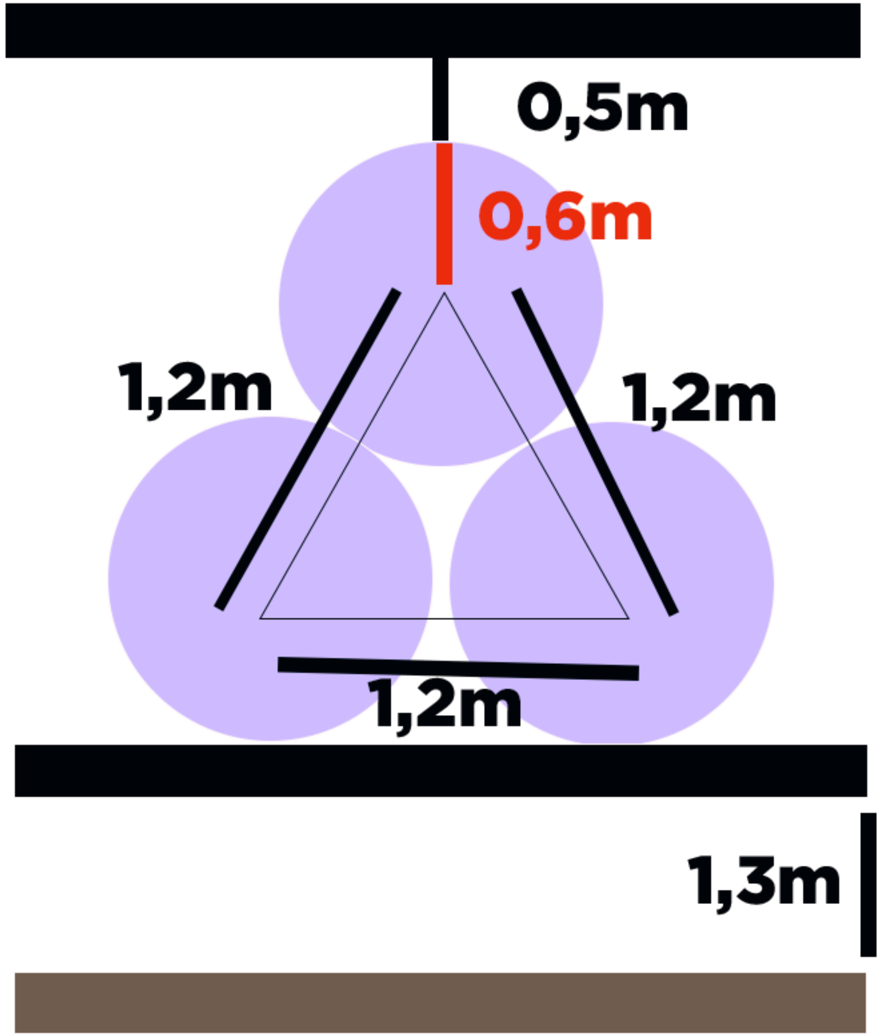
Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado na foto. Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos. A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m menor do que a altura do vão do viaduto.

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.




**Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?**

**a) 2,82**
**b) 3,52**
**c) 3,70**
**d) 4,02**
**e) 4,20**




$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{1{,}2\sqrt{3}}{2}$$

$$h = 0{,}6\sqrt{3}$$

$$h = 0{,}6.1{,}7$$

$$h = 1{,}02m$$

$Soma\ final$:

$$0{,}5 + 0{,}6 + 1{,}02 + 0{,}6 + 1{,}30 = 4{,}02m$$

$Letra\ D$

13. (ENEM digital) Com base na Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, o peso de um objeto na superfície de um planeta aproximadamente esférico é diretamente proporcional à massa do planeta e inversamente proporcional ao quadrado do raio desse planeta. A massa do planeta Mercúrio é, aproximadamente, 1/20 da massa da Terra e seu raio é, aproximadamente, 2/5 do raio da Terra. Considere um objeto que, na superfície da Terra, tenha peso P.

O peso desse objeto na superfície de Mercúrio será igual a

a) $\boxed{5P/16}$
b) 5P/2
c) 25P/4
d) P/8
e) P/20

$$P = k \cdot \frac{M}{R^2}$$

$$M_M = \frac{1}{20} \cdot M_T \qquad R_M = \frac{2}{5} \cdot R_T$$

$$P_T = k \cdot \frac{M_T}{{R_T}^2}$$

$$P_T = k \cdot \frac{20M_M}{\left(\frac{5R_M}{2}\right)^2}$$

$$P_T = k \cdot \frac{20M_M}{\frac{25R_M^2}{4}}$$

$$P_T = k \cdot \frac{16M_M}{5{R_M}^2}$$

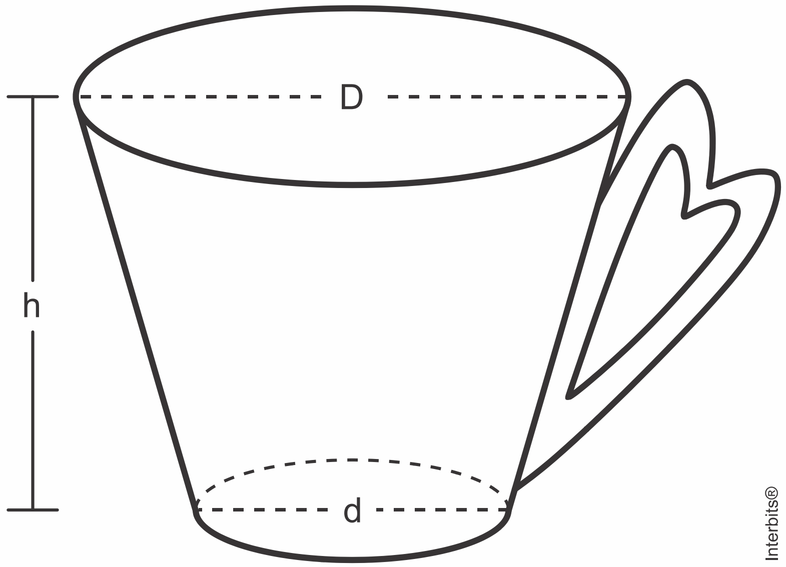
$$P_M = k \cdot \frac{M_M}{R_M^2}$$

$$\frac{5P_T}{16} = k \cdot \frac{M_M}{{R_M}^2}$$

$$\frac{5P_T}{16} = P_M$$

14. Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.

Sabe-se que 1 cm3 = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base).




Utilize 3 como aproximação para π

Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

a) 216.

b) 408.

c) 732.

d) 2.196.

e) 2.928.

Fórmula do volume do tronco de cone:

$$v = \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + Rr + r^2);$$

Sendo :

R = 5 cm

r= 4 cm

$$v = \frac{3.12}{3} \cdot (5^2 + 5.4 + 4^2)$$

$v$= 12 . ( 25 +20 +16)

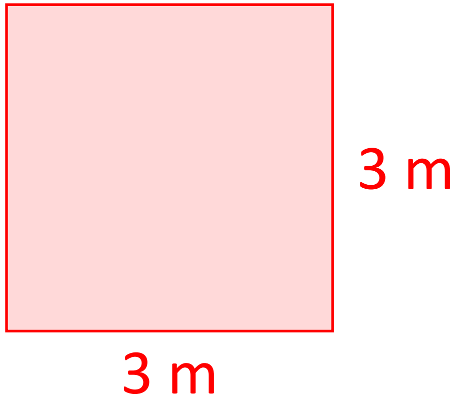
$v$= 12. 61 = 732 cm³ = 732 ml

Letra C

No centro de uma praça será construída uma estátua que ocupará um terreno quadrado com área de 9 metros quadrados. O executor da obra percebeu que a escala do desenho na planta baixa do projeto é de 1 : 25.

Na planta baixa, a área da figura que representa esse terreno, em centímetro quadrado, é

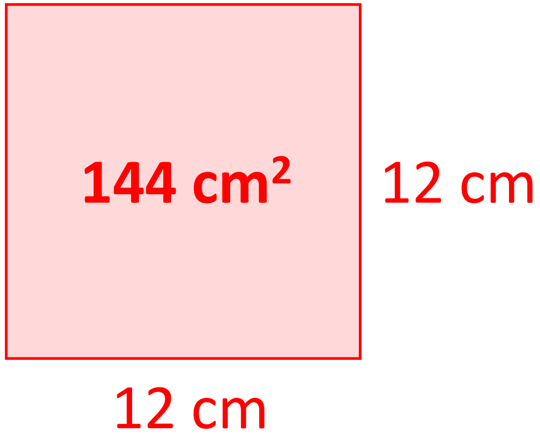
- **A** 144.
- **B** 225.
- **C** 3 600.
- **D** 7 500.
- **E** 32 400.



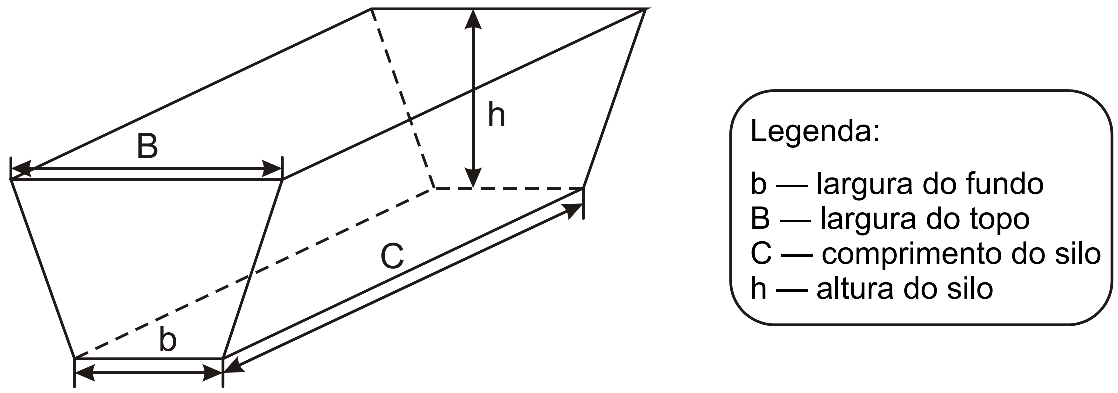

## Aplicando regra de três:

| | | |
|---|---|---|
| 1 cm | -------------- | 25 cm |
| x | -------------- | 300 cm |

$$x = \frac{300}{25} \Longrightarrow x = 12\ cm$$



16. Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.




Considere um silo de 2m de altura, 6m de largura de topo e 20m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2m³ desse tipo de silo.

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é:

a) 110

b) 125

c) 130

d) 220

e) 260

O Nome da figura?

Prisma de base trapezoidal!

Como h = 2m,

Segue que:

B= 6- 2 . 0,5 = 5m

Volume de um prisma:

Ab.h

A base é um trapézio!

$$\frac{(B+b)\cdot h}{2} . C$$

$$\frac{(6+5)\cdot 2}{2} . 20 = 220 \text{ m}^3$$

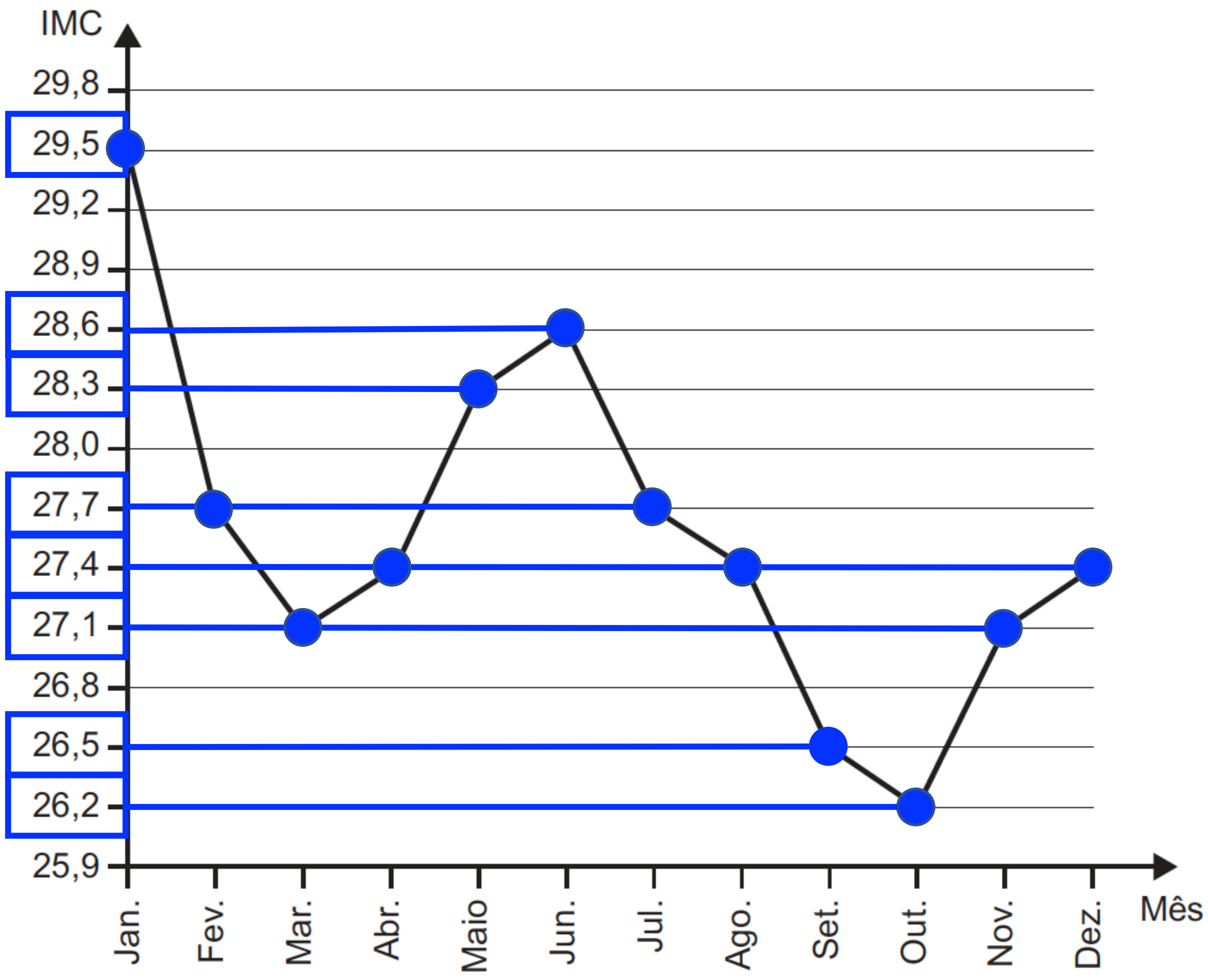
Se:

1 ton ———— $2m^3$

x ———— $220m^3$

$x = 110 \text{ m}^3$

O índice de massa corporal (IMC) de uma pessoa é definido como o quociente entre a massa dessa pessoa, medida em quilograma, e o quadrado da sua altura, medida em metro. Esse índice é usado como parâmetro para verificar se o indivíduo está ou não acima do peso ideal para a sua altura. Durante o ano de 2011, uma pessoa foi acompanhada por um nutricionista e passou por um processo de reeducação alimentar. O gráfico indica a variação mensal do IMC dessa pessoa, durante o referido período. Para avaliar o sucesso do tratamento, o nutricionista vai analisar as medidas estatísticas referentes à variação do IMC.




De acordo com o gráfico, podemos concluir que a mediana da variação mensal do IMC dessa pessoa é igual a

- **A** 27,40.
- **B** 27,55.
- **C** 27,70.
- **D** 28,15.
- **E** 28,45.

$$Md = \frac{27,4 + 27,4}{2} = 27,4$$

**Rol dos valores:**

26,2 26,5 27,1 27,1 27,4 27,4 | 27,4 27,7 27,7 28,3 28,6 29,5

18. Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de

a) uma combinação e um arranjo, respectivamente.

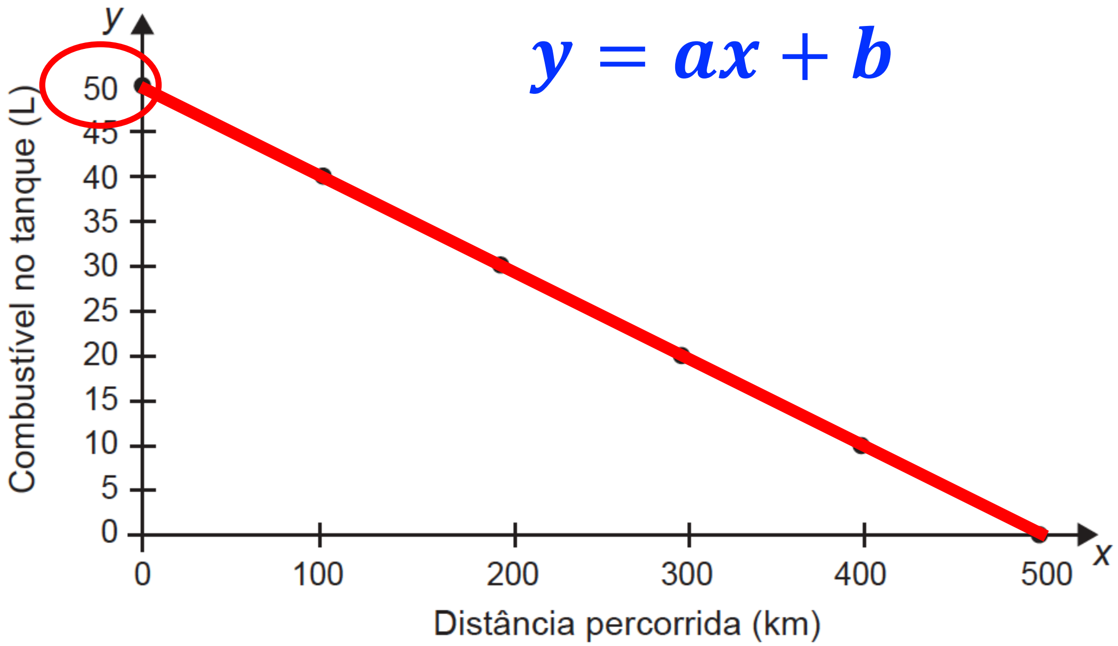
b) um arranjo e uma combinação, respectivamente.

c) um arranjo e uma permutação, respectivamente.

d) duas combinações.

e) dois arranjos.

Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo *y* (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo *x* (horizontal).




$$y = ax + b$$

A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

**A** $y = -10x + 500$

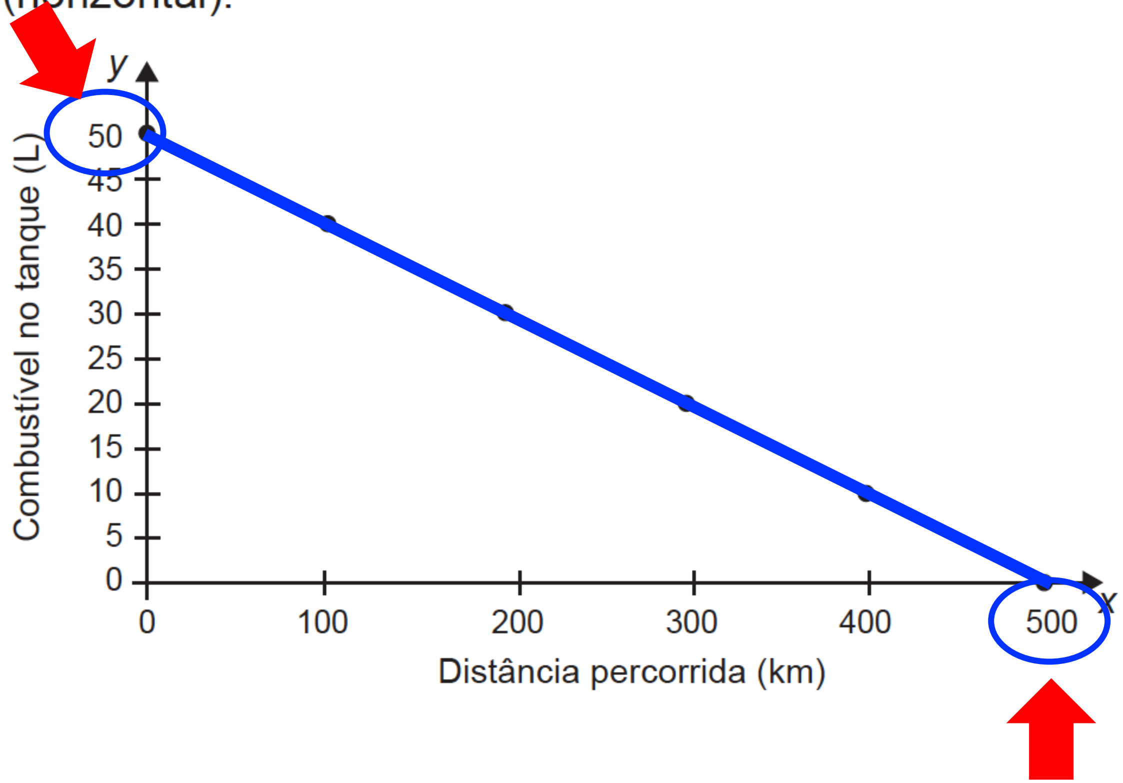
**B** $y = \frac{-x}{10} + 50$

**C** $y = \frac{-x}{10} + 500$

**D** $y = \frac{x}{10} + 50$

**E** $y = \frac{x}{10} + 500$

Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo $y$ (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo $x$ (horizontal).




A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

A) $y = -10x + 500$

B) $y = \dfrac{-x}{10} + 50$

C) $y = \dfrac{-x}{10} + 500$

D) $y = \dfrac{x}{10} + 50$

E) $y = \dfrac{x}{10} + 500$

**Equação segmentária da reta:**

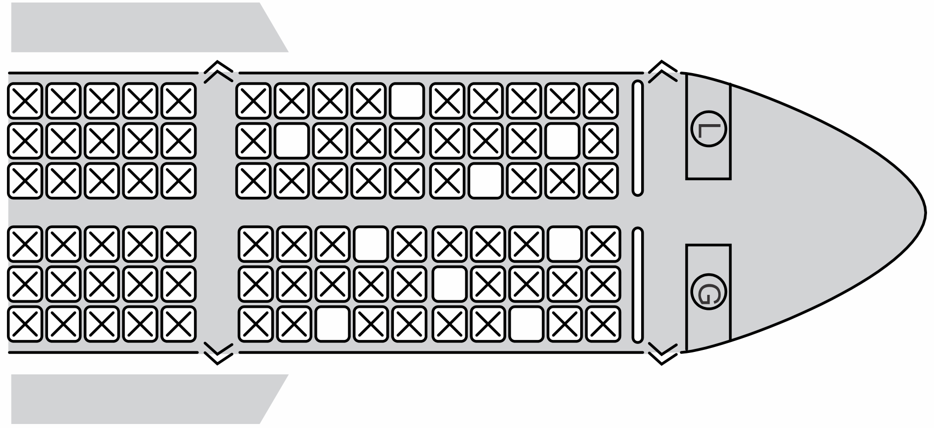
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{500} + \frac{y}{50} = 1$$

$$x + 10y = 500$$

$$y = -\frac{x}{10} + 50$$

20. Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo *site* as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

a) $\frac{9!}{2!}$

b) $\frac{9!}{7!\,.2!}$

c) 7!

d) $\frac{5!}{2!}$ X 4!

e) $\frac{5!}{4!}$ X $\frac{4!}{3!}$

*Arranjo x Combinação*

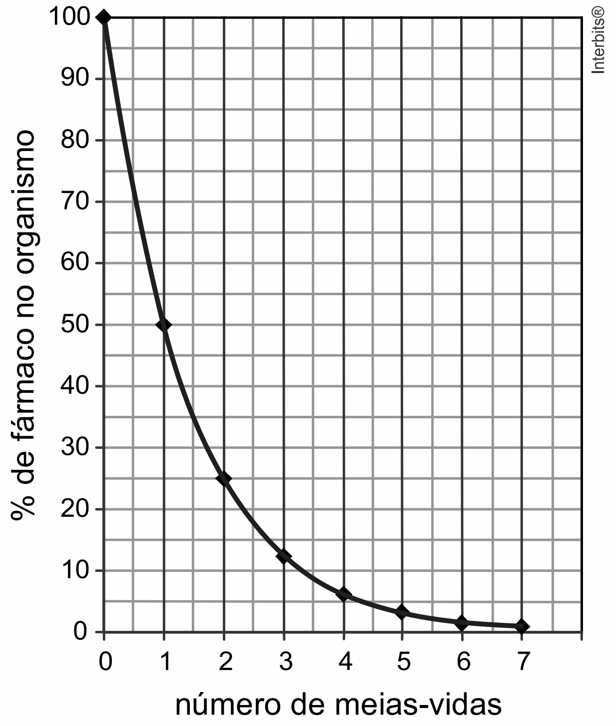
$$C_{n;P} = \frac{n!}{p!\ (n-p)!}$$

$$A_{n;P} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A_{9;7} = \frac{9!}{2!}$$

Letra A

22. A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.




O gráfico anterior representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo.

A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13h 30 min será aproximadamente de

a) 10%

b) 15%

c)25%

d) 35%

e) 50%

*Quantas meias vidas aconteceram?*

$$\frac{1{,}5\ h}{1h} = 1{,}5 \text{ meias vidas.}$$

Através do gráfico, percebe-se que a porcentagem é de aproximadamente 35%

Fórmula: $m_f = \frac{m_0}{2^x}$ ( x é a quantidade de meias vidas)

# Probabilidade

$$P(A) = \frac{\text{Nº de casos favoráveis}}{\text{Nº de casos possíveis}}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(A) + P(A^C) = 1$$

$\boxed{(6, 1)\ (1, 6)}$

(6, 2) (2, 6)

(6, 3) (3, 6)

(6, 4) (4, 6)

(6, 5) (5, 6)

(6, 6)

(Unesp 2018) Dois dados convencionais e honestos foram lançados ao acaso. Sabendo-se que saiu o número 6 em pelo menos um deles, a probabilidade de que tenha saído o número 1 no outro é igual a:

a) 2/9

b) 8/11

c) 2/11

d) 1/6

e) 1/18

6 $\boxed{?}$ $\underbrace{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6}_{\text{6 possibilidades}}$

OU

**6 + 5 = 11**

$\boxed{?}$ 6 $\underbrace{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ \cancel{6}}_{\text{5 possibilidades}}$

$$P = \frac{?}{11} \qquad P = \frac{2}{11}$$

24. A Lei de Zipf, batizada com o nome do linguista americano George Zipf, é uma lei empírica que relaciona a frequência (f) de uma palavra em um dado texto com o seu ranking (r) Ela é dada por

$$f = \frac{A}{r^B}$$

O ranking da palavra é a sua posição ao ordenar as palavras por ordem de frequência. Ou seja, r=1 para a palavra mais frequente, r=2 para a segunda palavra mais frequente e assim sucessivamente. A e B são constantes positivas.

Com base nos valores de X= log(r)e Y= log (f) é possível estimar valores para A e B.

No caso hipotético em que a lei é verificada exatamente, a relação entre Y e X é

a) $\boxed{Y = \log(A) - B.X}$

b) $Y = \dfrac{log(A)}{x+log(B)}$

c) $Y = \dfrac{log(A)}{B}$ - X

d) $Y = \dfrac{log(A)}{B.X}$

e) $Y = \dfrac{log(A)}{X^B}$

$$f = \frac{A}{r^B}$$

$$\log f = \log \frac{A}{r^B}$$

$$\log f = \log A - \log r^B$$

$$\text{Log } f = \log A - B. \log r$$

Sendo :

$\log f = Y$

$\log r = X$

Temos:

$Y = \log A - B. X$

Letra A

Uma senhora acaba de fazer uma ultrassonografia e descobre que está grávida de quadrigêmeos.

Qual é a probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas?

$$P = \frac{N^{\underline{o}}\ de\ casos\ favoráveis}{N^{\underline{o}}\ de\ casos\ possíveis}$$

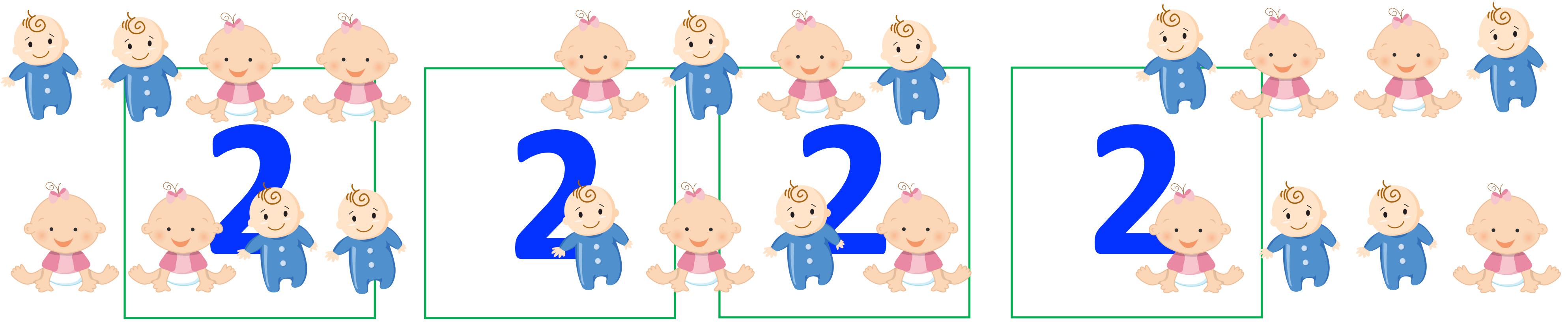
Ⓐ $\frac{1}{16}$

Ⓑ $\frac{3}{16}$

Ⓒ $\frac{1}{4}$

Ⓓ $\frac{3}{8}$

Ⓔ $\frac{1}{2}$




$$P = \frac{N^{\underline{o}}\ de\ casos\ favoráveis}{16}$$

$$P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Uma senhora acaba de fazer uma ultrassonografia e descobre que está grávida de quadrigêmeos.

Qual é a probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas?

A) $\frac{1}{16}$

B) $\frac{3}{16}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{3}{8}$

E) $\frac{1}{2}$

**A A B B**

**Permutação com repetição:**

$$P_4^{2,2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!}$$

$$P_4^{2,2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 6$$

26. O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

| Ano | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Terremotos | 15 | 16 | 13 | 15 | 16 | 11 | 11 | 18 | 12 | 17 | 24 | 20 |

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período.

Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

a) 11.

b) 15.

c) 15,5.

d) 15,7.

e) 17,5.

Escrevendo o rol, temos:

11, 11, 12, 13,15, 15, 16, 16, 17, 18, 20, 24

Como o número de observações é par, segue que a mediana é a média aritmética dos termos centrais, ou seja:

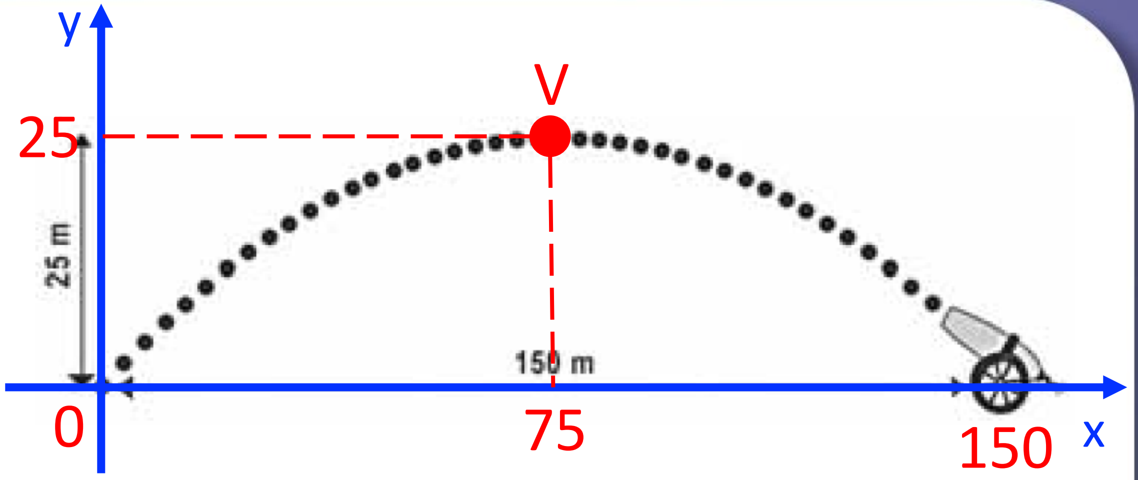
$$\frac{15+16}{2} = 15,5$$

Letra C

Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância de 150 metros do ponto de partida. Ele percorre uma trajetória parabólica, e a altura máxima que atinge em relação ao solo é de 25 metros.

Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o canhão está no ponto (150; 0) e que o projétil atinge o solo no ponto (0; 0) do plano xy.

A equação da parábola que representa a trajetória descrita pelo projétil é




Ⓐ $y = 150x - x^2$

Ⓑ $y = 3\,750x - 25x^2$

Ⓒ $75y = 300x - 2x^2$

Ⓓ $125y = 450x - 3x^2$

Ⓔ $225y = 150x - x^2$

$$y = a \cdot (x - x') \cdot (x - x'')$$

$$y = a \cdot (x - 0) \cdot (x - 150)$$

$$25 = a \cdot (75 - 0) \cdot (75 - 150)$$

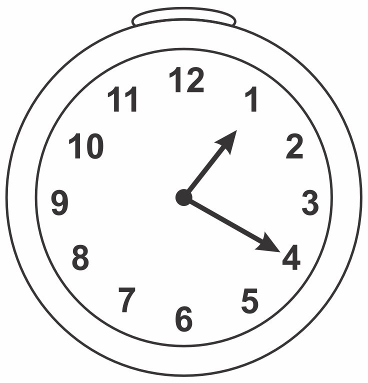
$$25 = a \cdot 75 \cdot (-75) \qquad a = -\frac{1}{225}$$

$$y = -\frac{1}{225}(x - 0) \cdot (x - 150)$$

$$225y = -x \cdot (x - 150)$$

$$225y = -x^2 + 150x$$

28. Três amigos, Marcelo, Márcio e João, estão na rodoviária do Rio de Janeiro, esperando os seus respectivos ônibus. Marcelo vai para São Paulo (SP), Márcio vai para Salvador (BA) e João vai para o Vitória (ES). Os ônibus partem para São Paulo, Salvador e Vitória de 12 em 12 minutos, de 20 em 20 minutos e de 18 em 18 minutos, respectivamente. O relógio abaixo nos mostra o último horário em que os três ônibus saíram juntos à tarde.




colorirdesenhos.com, setembro/2019 (Adaptado).

Como os três amigos querem partir, para as suas cidades ao mesmo tempo, qual é a próxima hora em que isso será possível?

a) 16h 20 min

b) 17h 15min

c) 18h 20min

d) 19h 15 min

e) 20h 20 min

Calculando o MMC ( 12,18,20)

| | |
|---|---|
| 12, 20,18 | 2 |
| 6, 10, 9 | 2 |
| 3, 5, 9 | 3 |
| 1, 5, 3 | 3 |
| 1, 5,1 | 5 |
| 1,1,1 | 180 |

obtemos 180 minutos, ou seja, 3 horas.

13 h 20min + 3h = 16 h 20 min

Um satélite de telecomunicações, $t$ minutos após ter atingido sua órbita, está a $r$ quilômetros de distância do centro da Terra. Quando $r$ assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de $r$ em função de $t$ seja dado por

$$r(t) = \frac{5\,865}{1 + 0,15 \times \cos(0,06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de $r$, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por $S$.

O cientista deveria concluir que, periodicamente, $S$ atinge o valor de

A 12 765 km.
B 12 000 km.
C 11 730 km.
D 10 965 km.
E 5 865 km.

$$r(t) = \frac{5\,865}{1 + 0,15 \times \underbrace{\cos(0,06t)}}$$

**Máx.: 1**

**Mín.: -1**

$$r = \frac{5865}{1 + 0,15 \cdot (-1)}$$

$$r = \frac{5865}{0,85} = 6900\ km$$

$$r = \frac{5865}{1 + 0,15 \cdot 1}$$

$$r = \frac{5865}{1,15} = 5100\ km$$

$$\boldsymbol{S = 5100 + 6900}$$

$$\boldsymbol{S = 12000\ km}$$